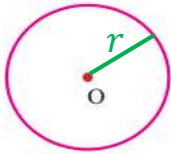


دایره

دایره: به مجموعه نقاطی که از یک نقطه مشخص (مرکز دایره)، به یک اندازه باشند.



نکته: دایره را اختصار به صورت $C(O, r)$ نشان می دهند. شعاع دایره مرکز

اجزای دایره:

(۱) **شعاع دایره:** فاصله ی مرکز دایره تا محیط دایره را شعاع و با حرف $(R$ یا $r)$ نشان می دهند.

(۲) **کمان دایره:** فاصله ی ایجاد شده روی محیط دایره را کمان و با دو حرف و سه حرف نشان می دهند.

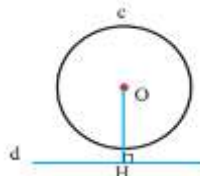
(۳) **وتر دایره:** پاره خطی که دو نقطه ی روی محیط دایره را به هم وصل کند وتر و با دو حرف نشان می دهند.

(۴) **قطر دایره:** پاره خطی است که دو نقطه ی روی محیط دایره را به هم وصل می کند و از مرکز دایره می گذرد. قطر را با دو حرف نشان می دهند.

نکته: بزرگترین وتر دایره، قطر نام دارد. و قطر ۲ برابر شعاع است.

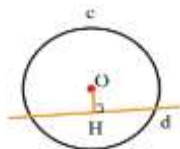
وضعیت خط و دایره: خط و دایره دارای سه وضعیت هستند:

(۱) خط ممکن است بیرون از دایره باشد. در این حالت خط و دایره نقطه مشترک (برخورد) ندارند.



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط) $r < \overline{OH}$

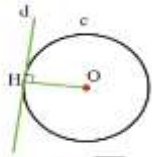
(۲) خط ممکن است داخل دایره باشد. در این حالت خط و دایره دو مشترک (برخورد) دارند.



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط) $r > \overline{OH}$

دایره

۳) خط مماس است مماس (چسبیده) بر دایره باشد. در این حالت خط و دایره یک مشترک (برخورد) دارند.



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط) $r = OH$

نکته: شعاع دایره در نقطه ی تماس بر خط مماس عمود است.

مثال: الف) شعاع دایره ۳ سانتی متر و فاصله ی مرکز تا خط ۵ سانتی متر است. خط و دایره چند نقطه ی مشترک دارند.

چون فاصله ی مرکز تا خط از شعاع دایره بیشتر است پس خط بیرون دایره قرار دارد و نقطه مشترکی ندارند.

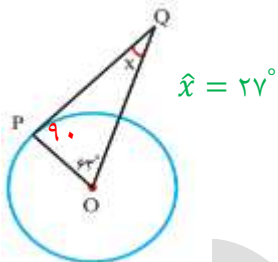
ب) قطر دایره ۶ سانتی متر و فاصله ی مرکز تا خط ۳ سانتی متر است. خط و دایره چند نقطه ی مشترک دارند.

قطر دو برابر شعاع دایره است پس شعاع دایره برابر با ۳ سانتی متر است. چون شعاع با فاصله ی مرکز تا خط برابر است پس خط و دایره یک نقطه ی مشترک دارند.

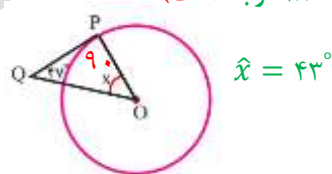
مثال: با توجه به هر شکل زاویه ی خواسته شده چند درجه است.

(شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود یعنی زاویه ی ۹۰ درجه تشکیل می دهد)

(مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است)



$$\hat{x} = 27^\circ$$



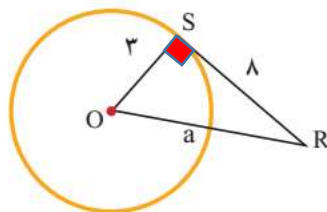
$$\hat{x} = 43^\circ$$

مثال: با توجه به هر شکل مقدار a را به دست آورید. (در مثلث قائم الزاویه برای اندازه ی ضلع مجهول از رابطه ی فیثاغورس استفاده می شود)

$$a^2 = 8^2 + 3^2$$

$$a^2 = 64 + 9 = 73$$

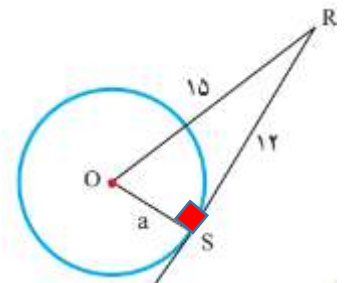
$$a = \sqrt{73}$$



$$a^2 = 15^2 - 12^2$$

$$a^2 = 225 - 144 = 81$$

$$a = \sqrt{81} = 9$$

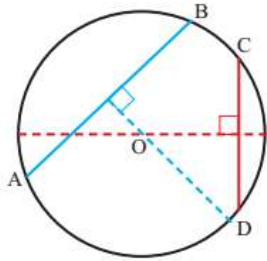


پیدا کردن مرکز دایره: ابتدا دو وتر غیر موازی رسم می کنیم. سپس عمودمنصف های آن دو وتر را رسم کرده که محل برخورد آن دو عمودمنصف مرکز دایره نام دارد.

دایره

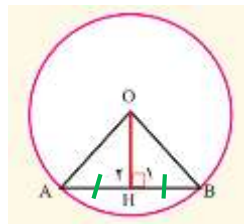
مثال: در یک دایره دلخواه مرکز دایره را با رسم دو وتر نشان دهید.

ابتدا دو وتر غیر موازی AB و CD را رسم می کنیم.



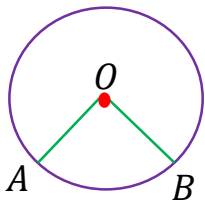
سپس عمود منصف آن دو را که با نقطه چین مشخص شده رسم می کنیم که محل برخورد دو عمود منصف همان مرکز دایره است.

نکته: خطی که از مرکز بر وتر عمود باشد آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. و بر عکس خطی که از وسط وتر و مرکز دایره بگذرد، بر وتر عمود است.



$$AH = BH$$

زاویه مرکزی: زاویه ای است که رأس آن مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع دایره باشد.



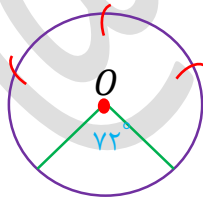
$$\hat{O} = \widehat{AB}$$

اندازه ی زاویه مرکزی: زاویه ی مرکزی برابر است با اندازه ی کمان روبه رو آن.

نکته: محیط دایره بر حسب درجه 360° درجه است. و بر حسب سانتی متر $(2\pi r$ یا $\frac{3}{14} \times \text{قطر})$ می باشد.

نکته: اگر دو کمان مساوی باشند وترهای نظیر آن دو کمان نیز برابرند و برعکس.

تقسیم دایره به کمان های مساوی: ابتدا یک شعاع دایره رسم می کنیم سپس محیط دایره $(360^\circ$ درجه) را بر تعداد کمان های خواسته شده تقسیم کرده، مقاله را منطبق بر شعاع گذاشته و زاویه مورد نظر را مشخص می کنیم و در آخر دهانه ی پرگار را به اندازه ی وتر ایجاد شده باز کرده روی یکی از نقاط ایجاد شده روی محیط دایره گذاشته و متوالیاً کمان می زنیم.



مثال: یک دایره رسم کنید و آن را به ۵ کمان مساوی تقسیم کنید.

محاسبه طول یک کمان از دایره: برای محاسبه طول کمان از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

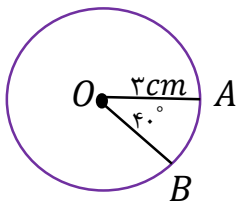
$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه ی کمان}}{360}$$

دایره

محیط دایره = قطر $\times \frac{3}{14} = 6 \times \frac{3}{14} = 18/14$

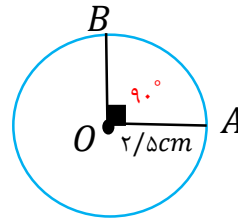
مثال: در هر شکل طول کمان AB چند سانتی متر است.

محیط دایره = قطر $\times \frac{3}{14} = 5 \times \frac{3}{14} = 15/7$



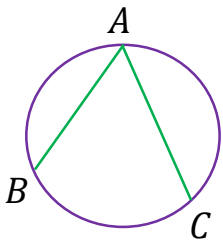
$$\frac{140}{360} = \frac{x}{18/14}$$

$$x = 18/14 \div 9 \approx 2/10 \text{ cm}$$



$$\frac{90}{360} = \frac{x}{15/7}$$

$$x = 15/7 \div 4 \approx 4 \text{ cm}$$



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

زاویه محاطی: زاویه ای است که رأس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن وتر دایره باشد.

اندازه ی زاویه محاطی: زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه ی کمان روبه رو آن.

نکته: زاویه های محاطی روبه رو به یک کمان برابرند.

نکته: اندازه ی زاویه ی محاطی روبه رو به قطر دایره، 90 درجه است.

مثال: اندازه ی کمان و زاویه های خواسته شده را بنویسید.

زاویه محاطی نصف کمان روبه رو

$$\hat{A} = \frac{80}{2} = 40^\circ$$

زاویه مرکزی برابر کمان روبه رو

$$\widehat{BOC} = 80^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$$

محیط دایره

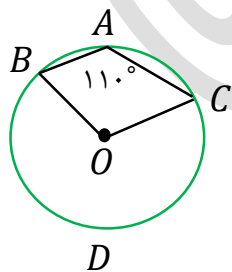
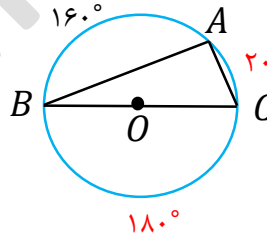
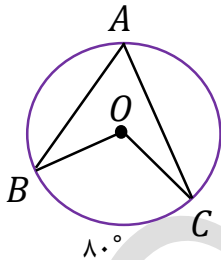
زاویه محاطی روبه رو قطر

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 10^\circ$$

$$\widehat{AC} = 20^\circ$$

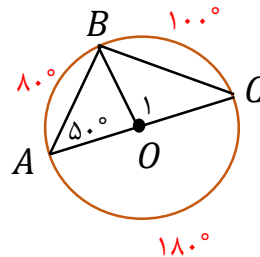
$$\hat{C} = 80^\circ$$



$$\widehat{BDC} = 220^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

$$\hat{O} = 140^\circ$$



$$\widehat{BC} = 100^\circ$$

$$\hat{C} = 40^\circ$$

$$\widehat{AB} = 80^\circ$$

$$\hat{O} = 100^\circ$$